

Inga hjälpmedel är tillåtna. Fullständig motivering krävs i varje uppgift. Varje uppgift är värd 6 poäng.

1. Beräkna arean av den rotationsyta som uppstår när kurvan

$$y = \frac{x^2}{24}, \quad 0 \leq y \leq 18,$$

får rotera runt y -axeln.

2. (a) Bestäm samtliga primitiva funktioner till

$$f(x) = \frac{x^4 - x^2 + 1}{x^2 + x}. \quad (4\text{p})$$

- (b) Förklara varför dubbelintegralen

$$\iint_D y f(x) dx dy$$

där $f(x)$ är funktionen ovan och

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1\}$$

har värdet 0. Behöver vi veta den primitiva funktionen från deluppgift (a)? (2p)

3. (a) Bestäm Maclaurinpolynomen av ordning 17 till funktionen

$$f(x) = x \cos(x^4) + \frac{x^9}{2}. \quad (3\text{p})$$

- (b) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x^4) - x + \frac{x^9}{2}}{x^{16}}. \quad (3\text{p})$$

4. (a) Skissa området

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}. \quad (1\text{p})$$

(b) Förklara varför vi kan vara säkra på att $f(x, y) = x^2 y - y$ antar ett största värde och ett minsta värde på D . (2p)

- (c) Bestäm det största värdet och det minsta värdet som funktionen

$$f(x, y) = x^2 y - y$$

antar på mängden D i deluppgift (a) och ange i vilka punkter dessa antas. (3p)

5. Finn den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y''(x) + 2y'(x) - y(x) = e^{2x} - 1.$$