

Inga hjälpmedel är tillåtna. Fullständig motivering krävs i varje uppgift. Varje uppgift är värd 6 poäng.

1. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_D (3x + 3y)^9 dx dy,$$

där $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 1\}$.

2. Bestäm samtliga primitiva funktioner till

$$f(x) = \frac{2x^2 + 4x}{x^3 + 2x^2 + x}.$$

3. Bestäm med hjälp av Maclaurinutveckling ett värde på $a \in \mathbb{R}$ som gör att gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin\left(\frac{x^2}{2}\right) - \frac{x^3}{2} - ax^7}{x^{11}}$$

blir ändligt och nollskilt. Finns det flera möjligheter att välja ett sådant a ?

4. (a) Skissa området

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}. \quad (1p)$$

(b) Förklara varför vi kan vara säkra på att $f(x, y) = 1 + x^2y$ antar ett största värde och ett minsta värde på D . (2p)

(c) Bestäm det största värdet och det minsta värdet som funktionen

$$f(x, y) = 1 + x^2y$$

antar på mängden D i deluppgift (a) och ange i vilka punkter dessa antas. (3p)

5. Finn den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y''(x) + 4y(x) = \sin(3x) + 1.$$