

Inga hjälpmedel tillåtna. Uppgifterna är inte ordnade efter svårighetsgrad. Motivera samtliga lösningar noga. 15 poäng ger säkert godkänt.

1. Bestäm värdemängden av funktionen $f(x) = 10 \arctan x - 2 \ln x - x$ för $x > 0$. Vilket är det maximala antal rötter som ekvationen $f(x) = a$ kan ha för *något* värde på a ? 6 p
2. (i) Beräkna $f^{(12)}(0)$ om $f(x) = \sqrt{1+x^6}$.
(ii) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\left(x^3 - x^2 + \frac{x}{2} \right) e^{\frac{1}{x}} - \sqrt{1+x^6} \right)$. 6 p
3. (i) Bestäm största och minsta värde till funktionen $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + y^2 - xy$ i den kvadrat som har hörn i punkterna $(0, 0)$, $(0, 2)$, $(2, 2)$ och $(2, 0)$.
(ii) Beräkna tangenten till kurvan $f(x, y) = 4$ i punkten $(0, 2)$ 6 p
4. (i) Beräkna dubbelintegralen
$$\iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy,$$
där $D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq x, x^2 + y^2 \leq \pi^2\}$.
(ii) Beräkna volymen till den kropp som uppstår när D roteras kring x -axeln. 6 p
5. (i) Bestäm den lösning till differentialekvationen $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = 4x$ som uppfyller $y(0) = 1$.
(ii) Beräkna den allmänna lösningen till differentialekvationen $y'' + 2y' = 2$. 6 p

Lycka till!