MATEMATISKA INSTITUTIONEN	Tentamensskrivning i
STOCKHOLMS UNIVERSITET	Algebra, Matematik 1, 7.5 hp
Avd. Matematik	den 10 juni 2019
Examinator: Håkan Granath	

Tillåtna hjälpmedel är skrivdon. Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p	B	24 p	D	18 p
A	27 p	C	21 p	E	15 p

Bonuspoängen från terminens problemsamlingar räknas in under rättningen, **skriv din bonuspoäng** på framsidan av skrivomslaget.

Koordinater förutsätts vara givna med avseende på en högerorienterad ON-bas.

1. Betrakta den diofantiska ekvationen $23x + 31y = 1400$
   (a) Bestäm alla lösningar. (3p)
   (b) Visa att alla lösningar (x, y) uppfyller $8 \mid x + y$. (1p)
   (c) Bestäm alla lösningar med $x, y > 0$. Svaren skall anges uträknade. (1p)

2. (a) Vilken (minsta ickenegativa) rest ges vid division av $56^{999}+33^{40}$ med 19. (2p)
   (b) Ange sanningstabellerna för följande utsagor (svar räcker, men måste vara helt korrekt för poäng). (2p)

$$P \Rightarrow \neg Q, \qquad (Q \wedge \neg P) \Rightarrow P, \qquad (Q \wedge P) \vee (\neg P).$$

   (c) Hur många olika ”ord” kan man bilda genom att permutera bokstäverna i ordet SOMMARLOV? Vad blir svaret om de inte får innehålla bokstavskombinationen SLARV? Svaren får innehålla fakulteter. (2p)

3. Betrakta polynomet $p(z) = z^8 - 16$. Bestäm alla reella och komplexa nollställen till $p(z)$ på rektangulär form. Faktorisera $p(z)$ så långt det går i reella faktorer. (5p)

4. I en given godtycklig triangel $\triangle ABC$, låt M vara mittpunkt på AB, punkten N på sidan BC uppfyller $|\overrightarrow{BN}| = 2|\overrightarrow{NC}|$, och P är mittpunkt på AC. Betrakta baserna $(\vec{e}_1, \vec{e}_2) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ och $(\vec{f}_1, \vec{f}_2) = (\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP})$.
   (a) Uttryck vektorerna $\vec{e}_1$ och $\vec{e}_2$ i basen $(\vec{f}_1, \vec{f}_2)$, (3p)
   (b) Låt $\vec{v}$ vara vektorn med koordinaterna $(1, 2)$ i basen $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$. Bestäm koordinaterna för $\vec{v}$ i basen $(\vec{f}_1, \vec{f}_2)$. (1p)

Var god vänd!

5. Låt L vara skärningslinjen mellan planen $x + y + z = 1$ och $x + 2y + 3z = 6$, och låt P vara punkten $(1, 3, 3)$.

   (a) Bestäm den punkt Q på L som ligger närmast P. (3p)

   (b) Bestäm ekvationen för det plan Π som innehåller L och som är sådant att den punkt i Π som är närmast P är punkten Q från deluppgift (a). (2p)

6. Låt T vara den linjära avbildning av planet som ges av att först spegla i linjen $\sqrt{3}\,x + y = 0$, och sedan spegla i y-axeln.

   (a) Bestäm matrisen för T i standardbasen. (3p)

   (b) Ge en sammanfattande geometrisk tolkning av T. Använd den geometriska tolkningen för att avgöra om det finns något heltal $n > 0$ så att T^n är identitetsavbildningen, och bestäm i så fall minsta möjliga n. (2p)

Efter rättningen kommer tentorna finnas att hämta hos studentexpeditionen, hus 6, rum 204.