

Tillåtna hjälpmedel är skrivdon. Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p		B	24 p		D	18 p
	A		C	21 p		E	15 p

Koordinater förutsätts vara givna med avseende på en högerorienterad ON-bas.

- Bestäm alla heltalslösningar  $x$  till kongruensen  $21x \equiv 15 \pmod{57}$ . Förklara även varför  $21x \equiv 5 \pmod{57}$  saknar lösning. (4p)  
Tips: Lös lämpliga diofantiska ekvationer.
- (a) Bestäm alla nollställen i  $\mathbb{C}$  till polynomet  $f(z) = z^6 - 64$ . Svaren skall anges på rektangulär form. (3p)  
(b) Hur många udda 4-siffriga tal som inte är delbara med 5 finns det? Vad blir svaret om dessutom alla 4 siffrorna i talet måste vara olika? (2p)
- Undersök för varje värde på parametern  $a$  om ekvationssystemet (5p)

$$\begin{cases} x + ay + z = 1 \\ x + 4y + 3z = 3 \\ x + 3y + az = 2 \end{cases}$$

har precis en lösning, ingen lösning eller oändligt många lösningar.

- (a) Vektorerna  $\vec{u}$  och  $\vec{v}$  uppfyller  $|\vec{u}| = 2$ ,  $|\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{7}$  och  $|\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{19}$ . Bestäm längden av  $\vec{v}$ , samt vinkeln mellan  $\vec{u}$  och  $\vec{v}$ . (3p)  
(b) Rita ellipsen (2p)

$$x^2 + 4y^2 + 2x - 8y + 1 = 0.$$

Ange speciellt medelpunkt, halvaxlar och brännpunkter.

- Låt  $L$  vara skärningslinjen mellan planen  $x + y - z = 2$  och  $y + z = -1$ , och låt  $P$  vara punkten  $(1, 1, 1)$ .  
(a) Bestäm ekvationen (på normalform) för planet som innehåller  $L$  och  $P$ . (3p)  
(b) Finn den punkt på  $L$  som är närmast  $P$ . (3p)

Var god vänd!

6. Låt  $T$  vara den linjära avbildningen som fås av att först projicera på planet  $x + y - z = 0$ , och sedan spegla i  $x$ -axeln.

(a) Bestäm matrisen för  $T$  i standardbasen. (4p)

(b) Avgör om avbildningen  $T$  blir en projektion på ett plan. (1p)

Ledning: Om  $T$  är en projektion, vad är då  $T \circ T$ ?

*Efter rättningen kommer tentorna finnas att hämta hos studentexpeditionen, hus 6, rum 204.*