

Tillåtna hjälpmedel är skrivdon. Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p		B	24 p		D	18 p
A	27 p		C	21 p		E	15 p

Bonuspoängen från terminens problemsamlingar räknas in under rättningen.

Koordinater förutsätts vara givna med avseende på en positivt orienterad/högerorienterad ON-bas.

1. (a) Bestäm samtliga lösningar till den diofantiska ekvationen (3p)

$$8x + 13y = 4.$$

- (b) Bestäm den lösning  $(x, y)$  till denna ekvation där talet  $|x| + |y|$  är så litet som möjligt. (1p)

- (c) Avgör om  $17 \cdot 31 \cdot 59 \cdot 83 \cdot 107 = 19 \cdot 37 \cdot 61 \cdot 73 \cdot 97$ . Kom ihåg att motivera. (1p)

2. (a) Ett polynom  $p(x)$  har rest  $2x + 5$  efter division med  $x^2 + 1$ . Bestäm  $p(i)$ . (1p)

- (b) Bestäm samtliga lösningar  $z \in \mathbb{C}$  till ekvationen (4p)

$$(z - i)^4 = 16i$$

och illustrera dessa i det komplexa talplanet.

Ditt svar får innehålla komplexa tal på både rektangulär/kartesisk form och polär form. Det ska tydligt framgå hur många lösningar det finns.

3. (a) Bestäm antalet "ord" som kan skapas med symbolerna X, Y, Z, 0, 1, 2, 3, (3p) om varje symbol ska förekomma precis en gång och X måste förekomma någonstans före Y, som i sin tur måste förekomma någonstans före Z. Svaret ska vara fullt uträknat.

(T.ex. är X32YZ01 OK, men Y32XZ01 och X33YZ01 är inte det.)

- (b) Bestäm koefficienten av  $x^{11}$  i polynomet  $(x + 2x^2)^8$ . Ditt svar får innehålla binomialkoefficienter. (2p)

Var god vänd!

4. (a) Bestäm samtliga lösningar till ekvationssystemet (2p)

$$\begin{cases} x + 3z = 7 \\ x + 2y + 6z = 11 \\ 4y + 9z = 14 \end{cases}$$

- (b) Beskriv hur antalet lösningar till systemet skulle ändras om högerleden byttes ut mot andra tal. Kom ihåg att motivera. (1p)
- (c) Bestäm volymen av parallelepipeden som spänns upp av de tre vektorerna  $(1, 1, 0)$ ,  $(0, 2, 4)$ ,  $(3, 6, 9)$ . (2p)
5. Bestäm (det minsta) avståndet mellan planet  $x - 2y + 2z = 3$  och punkten  $Q = (5, 6, 3)$ , samt bestäm koordinaterna för den punkt  $P$  på planet som ligger närmast  $Q$ . (5p)

6. Avbildningen  $T$  i rummet fås av att (5p)

- först rotera kring  $z$ -axeln med vinkel  $\pi/2$  moturs sett från den positiva  $z$ -axelns spets, och
- sedan spegla i planet  $z = y$ , och
- slutligen rotera kring  $x$ -axeln med vinkel  $\pi/2$  moturs sett från den positiva  $x$ -axelns spets.

Bestäm matrisen  $A$  för  $T$  relativt standardbasen, och ge en sammanfattande geometrisk tolkning av  $T$ .