

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p		B	24 p		D	18 p
	A		C	21 p		E	15 p

Bonuspoängen från terminens problemsamlingar räknas in under rättningen.

1. Beräkna gränsvärdena

(a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n (\sqrt{n^4 + 4n} - \sqrt{n^4 + n})$  (2p)

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x^2) - \arctan^2(x)}{x^4}$  (3p)

2. Undersök lokala och globala extremvärden och asymptoter till funktionen (5p)

$$f(x) = \arctan(x) + \frac{1}{x+1},$$

samt skissera grafen. Bestäm för vilka  $a \in V_f$  (dvs i värdemängden till  $f$ ) som ekvationen  $f(x) = a$  inte har unik lösning  $x$ .

Konvexitetsegenskaper behöver *inte* utredas.

3. I en halvcirkel med radie  $R$  inskrivs en rektangel, så att rektangelns ena sida ligger längs med halvcirkelns diameter. Beräkna rektangelns största möjliga omkrets. (5p)

4. Beräkna  $\iint_D \sin(y^2) dx dy$  om  $D$  ges av  $|x| \leq 2y \leq 2$ . (5p)

5. Bestäm det största och minsta värdet som funktionen (5p)

$$f(x, y) = xy - 4 \ln(x^2 + y^2)$$

antar på området  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 2$ .

6. (a) Bestäm den lösning till differentialekvationen (2.5p)

$$xy' + 2y - 2e^{x^2-1} = 0$$

som uppfyller  $y(1) = 2$ .

(b) Bestäm den lösning till differentialekvationen (2.5p)

$$xy' + 2y^2 = 2y$$

som uppfyller  $y(1) = 1/2$ .