

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p	B	24 p	D	18 p
A	27 p	C	21 p	E	15 p

Bonuspoängen från terminens problemsamlingar räknas in under rättningen.

1. (a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\ln(1+x))^2 - \ln(1+x^2)}{2x - \arctan(2x)}$. (3p)

(b) Betrakta den reella funktionen $f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2} & ; x \neq 0, \\ 0 & ; x = 0. \end{cases}$ Avgör utifrån (2p)

derivatans definition om $f'(0)$ existerar och bestäm i så fall dess värde.

2. Undersök lokala och globala extremvärden, konvexitetsegenskaper och asymptoter till funktionen (5p)

$$f(x) = \ln|x-1| - \ln|x+1| - x,$$

samt skissera grafen.

3. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} dx dy$, där (5p)

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x - y \geq 0, x \geq 0\}.$$

4. Bestäm det största och minsta värdet som funktionen (5p)

$$f(x, y) = x^2 - 2xy + 2y^2 - 2y$$

antar i triangeln med hörn i punkterna $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(2, 4)$.

5. Låt D vara området $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq y \leq 2\sqrt{x}\}$. Beräkna volymerna (5p)
av de rotationskroppar som uppstår om D får rotera runt x - respektive y -
axeln.

6. (a) Bestäm den lösning till differentialekvationen (2.5p)

$$y' + 2xy = x$$

som uppfyller $y(0) = 1$.

- (b) Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen (2.5p)

$$y'' + y' - 2y = e^x.$$