

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

$$\begin{array}{r|l|l} \text{Max} & 30 \text{ p} & \text{B} & 24 \text{ p} & \text{D} & 18 \text{ p} \\ & \text{A} & 27 \text{ p} & \text{C} & 21 \text{ p} & \text{E} & 15 \text{ p} \end{array}$$

Tillåtna hjälpmedel: Utdelade formel- och tabellsamlingar samt utdelad miniräknare.

1. (a) Lös olikheten (3p)

$$\frac{2}{2x-1} < \frac{1}{x+3}.$$

- (b) Bestäm inversen till funktionen  $f(x) = \frac{e^{x-3}}{2} + 1$ . (2p)

2. Undersök lokala och globala extremvärden och asymptoter till funktionen (5p)

$$f(x) = \arctan(x) + \frac{1}{x+1},$$

samt skissera grafen.

3. (a) Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen (3p)

$$y'' + 4y = x^2.$$

- (b) Lös begynnelsevärdesproblemet  $\begin{cases} y' = x^2 e^{-3y}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$  (2p)

På vilket intervall blir lösningen definierad?

4. Betrakta ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 2y & = 4 \\ 2x + ay + z & = 5 \\ x & + z = 1 \end{cases}$$

där  $a$  är en konstant.

- (a) Beräkna koefficientmatrisens determinant. (2p)

- (b) Lös ekvationssystemet i fallet  $a = 2$  (3p)

Var god vänd!

5. Vid en tillverkningsprocess är sannolikheten 10% att en viss enhet blir felaktig och måste kasseras. Olika enheter antas bli felaktiga oberoende av varandra.
- (a) Om 10 enheter tillverkas, hur stor är sannolikheten att alla 10 enheter blir felfria? (1p)
- (b) Bestäm sannolikheten för precis 2 felaktiga enheter när 10 enheter tillverkas. (2p)
- (c) Vid ett tillfälle beställer en kund 200 enheter. Om man väljer att tillverka 230 enheter, hur stor är sannolikheten att minst 200 av dem blir felfria. En approximativ beräkning kan göras. (2p)
6. För att undersöka hur en toxisk substans påverkar en viss enzymaktivitet lät man 5 möss under en veckas tid inta substansen uppblandad i sitt foder varefter enzymaktiviteten uppmättes. En kontrollgrupp bestående av 4 möss fick under samma vecka äta samma sorts foder men utan någon tillsatt substans. Tabellen visar de enskilda mössens enzymaktivitet ( $\mu\text{mol}/\text{mg}$  protein och minut).

Kontrollgrupp	69.0	63.3	67.2	65.7	
Behandlingsgrupp	59.8	57.2	63.4	65.1	60.5

De 9 mössen valdes slumpmässigt från en bestämd muspopulation och indelningen i behandlingsgrupp och kontrollgrupp gjordes med randomisering (slumpmässigt). Uppmätta enzymaktiviteter kan ses som utfall av oberoende normalfördelade slumpvariabler med väntevärde  $\mu_{\text{kontroll}}$  respektive  $\mu_{\text{behandling}}$  och med samma standardavvikelse  $\sigma$ .

- (a) Beräkna ett 95% konfidensintervall för differensen  $\mu_{\text{behandling}} - \mu_{\text{kontroll}}$ . Hur tolkar du intervallet? (3p)
- (b) Bedöm med ett hypotestest om den toxiska substansen påverkar enzymaktiviteten för denna typ av möss. Ange tydligt vilka hypoteser du ställer upp, vilken signifikansnivå du väljer och vilken slutsats du drar. (2p)