
Tillåtna hjälpmedel: inga. Samtliga svar måste motiveras. 15 poäng ger säkert minst betyget E.

1. **(4+1 p.)** (a) Finn alla lösningar till den diofantiska ekvationen

$$11x + 97y = 2.$$

- (b) Har den diofantiska ekvationen $15x + 6y = 193037$ några lösningar?

2. **(2+2 p.)** (a) Beräkna vilken månad det är om $11^{48} + 3^{12}$ månader.

- (b) Hur många olika udda 8-siffriga tal finns det som slutar på samma siffra som de börjar med?

3. **(3+3 p.)** (a) Bestäm Maclaurinpolynomet p_2 av grad 2 till funktionen

$$f(x) = e^{-x^2}.$$

- (b) Visa att felet vid Maclaurinapproximationen i (a) för $-0,1 \leq x \leq 0,1$ är högst $2 \cdot 10^{-4}$.

4. **(3+3 p.)** (a) Beräkna dubbelintegralen $\iint_{D_1} xy \, dx dy$, där D_1 är det område i planet som begränsas av kurvorna $y = x^2$ samt $x = y^2$.

- (b) Beräkna

$$\iint_{D_2} (40 - x^2 - y^2 - 3y) \, dx dy,$$

där $D_2 = \{(x, y) : 0 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq 0\}$.

5. **(3 p.)** För vilka punkter (x_0, y_0) är tangentplanet till grafen av $f(x, y) = e^{x^2}(2 - x^2 - y^2)$ parallellt till xy -planet?

6. **(2+4 p.)** (a) I standardbasen, beräkna matrisframställningen för den ortogonala projektionen i planet på linjen $y = 3x$.

- (b) Betrakta den linjära avbildningen $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ som i standardbasen $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ ges av matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Är F inverterbar? Vilken matrisframställning $A_{\mathbb{B}}$ har F i basen $\mathbb{B} = (\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2)$?

Lycka till!