STOCKHOLMS UNIVERSITET,
MATEMATISKA INSTITUTIONEN,
Avd. Matematisk statistik

Lösningsförslag

Tentamen: Nationalekonomi för aktuarier (MT7016), 2021-11-26

Lösningsförslag 1

(A) Se föreläsningsanteckning dag 6.

(B) Se föreläsningsanteckning dag 6.

(C) Om sparkvoten s ökar (minskar) så ökar (minskar) också mängden kapital per arbetare i jämvikt k^*, se föreläsningsanteckning dag 6.

(D) Vi kan i allmänhetn inte säga om mängden konsumtion per arbetstagare $(1-s)y^*$ ökar eller minskar när s ändras, se föreläsningsanteckning dag 6.

Lösningsförslag 2

(A) Kostnad: miljöförstöring. Produktion: arbete i hemmet. Se föreläsningsanteckning dag 6.

(B) Se föreläsningsanteckning dag 8.

Lösningsförslag 3

(A) Vi ansätter $P_d = P_s$ och erhåller $Q^* = 1.5$ och $P^* = 7.5$.

(B) KÖ ges av arean av området som ligger mellan efterfrågan och P^* när kvantiteten går från 0 till Q^*, vilket ger att KÖ är $(30-7.5)\cdot 1.5/2 = 16.875$. PÖ ges av arean av området som ligger mellan utbud och P^* när kvantiteten går från 0 till Q^*, vilket ger att PÖ är $(7.5-0)\cdot 1.5/2 = 5.625$.

(C) Ansätt $p^{tull} = 5+x$ (världsmarknadspris plus tull). Om x är så att $p^{tull} \geq P^* = 7.5$ så kommer ingen import att ske och vi får samma KÖ och PÖ som ovan. Vi betraktar nu alltså fallet $p^{tull} \leq P^* < 7.5$. Marknadspriset i landet blir då $p^{tull} = 5+x$. Uttryck nu efterfrågan och utbud som funktioner av P och erhåll att efterfrågad kvantitet givet tull blir $Q_d^{tull} = 2 - p^{tull}/15 = 2-(5+x)/15 = 5/3 - x/15$ och motsvarande utbud blir $Q_s^{tull} = p^{tull}/5 = (5+x)/5 = 1 + x/5$.

Konsumentöverskott som en funktion av x, $K\ddot{O}(x)$, ges nu på vanligt vis av $K\ddot{O}(x) = (30-(5+x))\cdot Q_d^{tull}/2 = (25-x)\cdot(5/3 - x/15)/2$; enkel analys ger nu att detta uttryck är maximalt givet $x = 0$ (notera att vi endast behöver betrakta $x \in [0, 2.5]$, jmfr. ovan), dvs konsumentöverskottet är maximalt när tullen är noll.

Producentöverskott som en funktion av x, $P\ddot{O}(x)$, ges också på vanligt vis av $P\ddot{O}(x) = (5+x) \cdot Q_s^{tull}/2 = (5+x) \cdot (1+x/5)/2$; enkel analys ger nu att detta uttryck är maximalt då x är maximal dvs. $x = 2.5$. Således är konsumentöverskottet maximalt när tullen är sådan att ingen import sker (i detta fall då $x \geq 2.5$).

Lösningsförslag 4

Se föreläsningsanteckning dag 8.

Lösningsförslag 5

(A) Den optimala varukorgen ges av lösningen till problemet att maximera

$$U(Q_1, Q_2) = Q_1 Q_2$$

givet budgetrestriktionen $100 = Q_1P_1 + Q_2P_2$ och $Q_1, Q_2 \geq 0$. Eftersom $P_1 = P_2 = 1$ skriver vi med denna info budgetrestriktionen till $Q_2 = 100 - Q_1$; varvid vårt maximeringsproblem kan skrivas om till följande maximeringsproblem

$$max_{100 \geq Q1 \geq 0} Q_1(100 - Q_1)$$

(som alltså inte har någon restriktion), vars lösning enkelt erhålls vara $Q_1^* = 50$. Tack vare symmetri (eller genom att stoppa in $Q_1^* = 50$ i budgetrestriktionen) erhålls $Q_2^* = 50$. Den optimala varukorgen är alltså $(Q_1^*, Q_2^*) = (50, 50)$.

(B) Att hitta efterfrågan innebär att vi för varje givet pris $P_1 \geq 0$ ska identifiera motsvarande efterfrågade kvantitet Q_1. För varje givet pris $P_1 \geq 0$ blir budgetrestriktionen $100 = Q_1P_1 + Q_2$ (eftersom priset på $P_2 = 1$), och givet detta erhålls (på ungefär samma sätt som i uppgiften ovan) att den efterfrågade kvantiteten är lösningen till

$$max_{100/P_1 \geq Q_1 \geq 0} Q_1(100 - P_1Q_1)$$

vilken enkelt identifieras till $Q_1 = 50/P_1$. Vi kan således uttrycka efterfrågekurvan som

$$P_1(Q_1) = 50/Q_1$$

.

Lösningsförslag 6

(A) Den kvantitet som ger utbud lika med efterfrågan är $Q^* = 25$ (som alltså är antal timmar arbetade i jämvikt) och motsvarande lön blir således $Q^* = 50 - Q^* = 25$.

(B) Låt $SS(t)$ vara utbud av arbete givet skatten t (baserat på bruttolön, inkl. skatt), dvs det som arbetsgivaren faktiskt betalar, så att $SS(t) = SS/(1-t) = Q/(1-t)$; för inse att detta är rätt uttyck notera att om arbetstagaren ska ha 100 SEK netto så måste arbetstagaren betala $100/(1-t)$. Villkoret för jämvikt blir nu $SS(t) = DD$ dvs $Q/(1-t) = 50 - Q$ så att jämvikten ges av

$$Q^*(t) = \frac{50}{1 + 1/(1-t)}.$$

Om $t = 50\%$ erhålls $Q^*(0.5) = \frac{50}{1+1/(1-0.5)} = 50/3 = 16.667$ vilket är svaret på frågan.

(C) Vi fortsätter beräkningarna ovan. Givet skatten t blir antal arbetade timmar (se ovan)

$$Q^*(t) = \frac{50}{1 + 1/(1-t)}$$

och motsvarande bruttonlön ges av $50 - Q^*(t)$. Skatteintäkten $I(t)$ ges nu av bruttonlön multiplicerat med antal arbetade timmar multiplicerat med skattesats, dvs

$$I(t) = (50 - Q^*(t))Q^*(t)t.$$

Vi ser enkelt att om $t = 0$ så blir $I(t) = 0$; och att $I(t) \to 0$ om $t \to 1$. Vi ser även enkelt att $I(t)$ inte är 0 för alla t. Det följer direkt att $I(t)$ är varken växande eller avtagande. (Ytterligare analys visar att $I(t)$ mer precist är växande för alla t mindre än ett visst värde $t' \in (0, 1)$ och avtagande för $t > t'$.)