STOCKHOLMS UNIVERSITET,
MATEMATISKA INSTITUTIONEN,
Avd. Matematisk statistik

Lösningsförslag

Tentamen 2024-05-21:
Nationalekonomi för aktuarier (MT7016)
och
National ekonomi för matematiker (MT3004)

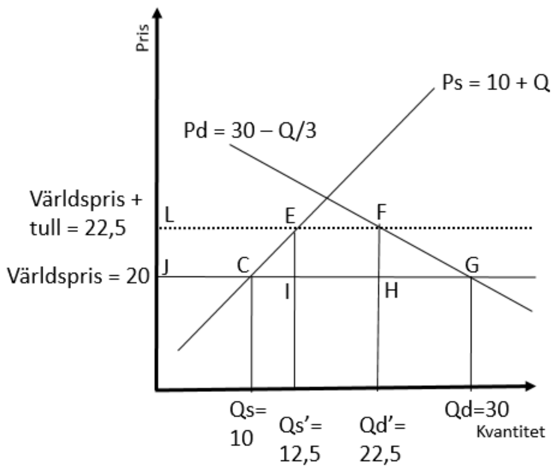
Lösningsförslag 1

(A) Se föreläsningsanteckningar Dag 10.

(B) Det aktuariska priset är priset för en försäkring som motsvarar att den förväntade vinsten för försäkringsbolaget är noll. Om marknaden för försäkring är i perfekt konkurrens (och försäkringsbolag är riskneutrala) så blir de marknadsmässiga priserna för försäkring aktuariska. Se föreläsningsanteckningar Dag 10.

Lösningsförslag 2

(A) Givet priset 20 får vi:
Inhemskt producerad kvantitet: $Qs = P - 10 = 10$.
Inhemsk efterfrågan: $Qd = 3(30 - P) = 30$.
Import: $Qd - Qs = 20$.



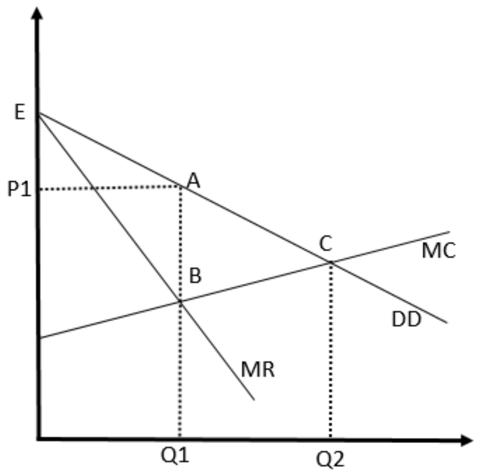
Obs: bilden är ej skalenlig

(B) Med tullen blir priset på den inhemska marknaden $22,5$ och vi får:
Inhemskt producerad kvantitet: $Qs' = 22,5 - 10 = 12,5$.
Inhemsk efterfrågan: $Qd' = 3(30 - 22,5) = 22,5$.

Import: $Qd' - Qs' = 10$.

(C) Införandet av tull innebär (se figuren):
Det inhemska konsumentöverskottet minskar med motsvarande arean av området LFGJ, som är: $= 2,5 * 22,5 + 2,5 * 7,5/2 = 65,625$.
Det inhemska producentöverskottet ökar med motsvarande arean på området ECJL som är: $2,5 * 10 + 2,5 * 2,5/2 = 28,125$.
Skatteintäkterna ges av arean av området EFHI, som är: $2,5 * 10 = 25$.

Lösningsförslag 3



(A) När varje kund måste erbjudas samma pris så blir kvantiteten Q1 och priset P1, där Q1 ges av villkoret MR=MC.

(B) När möjlighet till (fullständig) prisdiskriminering finns erbjuds varje kund ett unikt pris; således säljer monopolet den första enheten för priset E, och sen sänks priset för varje enhet i enlighet med kurvan DD. Marginalomsättningen blir således lika med DD och kvantiteten ges såldes vid punkten Q2 (eftersom ingen efterfrågan finns givet pris över marginalkostnaden MC vid en högre kvantitet än Q2). Möjligheten till prisdiskrimineringen gör således att monopolistens vinst ökar med motsvarande arean av områdena ABC och EAP1.

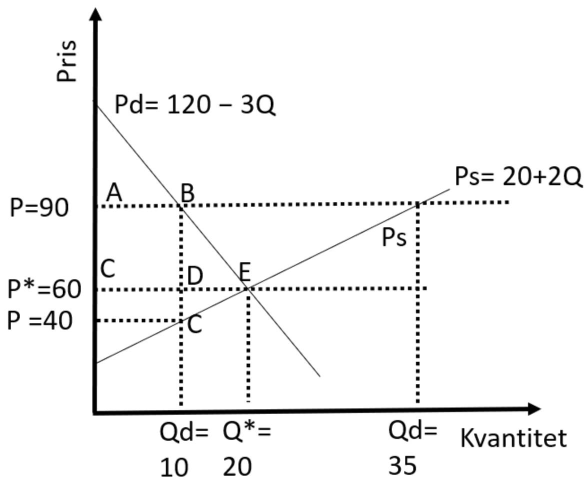
Lösningsförslag 4

(A) Jämviktskvantiteten Q^* är den kvantitet som gör att $Pd = Ps$. I detta fall motsvarar detta $20 + 2Q = 120 - 3Q$. Lösningen blir $Q^* = 20$. Motsvarande jämviktspris ges av $P^* = 20 + 2Q^* = 60$.

(B) Vid priset $P = 90$ är den kvantitet producenterna vill sälja $Qs = P/2 - 10 = 35$, medan den kvantitet konsumenterna vill köpa är $Qd = 40 - P/3 = 10$. Med hjälp av figuren erhålls att införandet av golvet innebär:

(i) Att konsumentöverskottet minskar med arean av figuren ABCE som är (90-60)*(10-0) + (90-60)*(20-10)/2 =450.

(ii) Att producentöverskottet ökar med arean av figuren ABCD (som är (90-60)*(10-0)=300) men den minskar också med arean av CDE (som är (60-40)*(20-10)/2=100). Nettoförändringen i producentöverskott är således en ökning om 300-100=200.



Obs: bilden är ej skalenlig

(C) Prisgolvet gör att konsumenternas efterfrågan ($Q = 10$) är lägre jämfört både med vad som var fallet utan ett prisgolv ($Q = 20$) och vad producenterna skulle vilja sälja givet prisgolvet ($Q = 35$). De producenter som får sälja de prisreglerade varorna tjänar på prisgolvet. Alla andra (dvs. konsumenterna och producenterna som inte får sälja de prisreglerade varorna) förlorar på pristaket.

Lösningsförslag 5

(A) Den investering som krävs för att nya arbetare ska ha samma kapitalmängd som de existerande är nk. Investeringen per arbetare är $sy(k)$. Om $sy(k) < nk$, så minskar mängden kapital per arbetare, dvs k minskar. Om $sy(k) < nk$ gäller även att $k > k^*$ där k^* är steady state definierat via $sy(k^*) = nk^*$; se figuren i föreläsningsanteckningar Dag 6 för att se detta.

När kapitalmängden per arbetare minskat till steady state k^*, så gäller alltså $sy(k^*) = nk^*$, och således slutar k att minska där (vi har nått steady state).

(B) Det följer (se bilden på sida 129 i föreläsningsanteckningarna för Dag 6) att i vårt nya steady state k^{**} så är:
a. kapitalmängden per arbetstagare k^{**} (som ges av $s'y(k^{**}) = nk^{**}$) större än tidigare, dvs: $k^{**} > k^*$.
b. produktion per arbetstagare $y^{**} = y(k^{**})$ större än tidigare, dvs: $y^{**} > y^*$.
c. sparande/investering per arbetstagare $s'y^{**}$ större än tidigare, dvs: $s'y^{**} > sy^*$.
d. konsumtion per arbetstagare $y^{**}(1 - s')$. Vi kan i allmänhet inte säga om konsumtion per arbetstagare ökat eller minskat.

Lösningsförslag 6

(A) Eftersom den aktuella nyttofunktionen är icke-negativ (givet $x_1, x_2 \geq 0$) betraktar vi endast $u \geq 0$ i nedanstående. Utgiftsfunktionen definieras av

$$e(p_1, p_2, u) = \{\min_{x_1, x_2 \geq 0} p_1 x_1 + p_2 x_2 : \sqrt{x_1 x_2} \geq u\}.$$

Vi inser direkt att

$$e(p_1, p_2, u) = \{\min_{x_1, x_2 \geq 0} p_1 x_1 + p_2 x_2 : x_1 x_2 = u^2\}.$$

(Notera att detta motsvarar att $\sqrt{x_1 x_2}$ och $x_1 x_2$ representerar samma preferenser). Vi använder att bivillkoret kan skrivas $x_2 = u^2/x_1$ för att erhålla

$$e(p_1, p_2, u) = \min_{x_1 \geq 0} p_1 x_1 + p_2 u^2/x_1.$$

Vi deriverar och sätter derivativan lika med noll och erhåller att FOC ges av:

$$p_1 + p_2 u^2 \frac{-1}{x_1^2} = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = u\sqrt{p_2/p_1}.$$

På samma sätt erhålls $x_2 = u\sqrt{p_1/p_2}$. Detta betyder att den billigaste varukorgen som ger nyttan u, dvs. den Hicksianska efterfrågafunktionen, ges av

$$h(p_1, p_2, u) = (u\sqrt{p_2/p_1}, u\sqrt{p_1/p_2}).$$

(B) Beräkningarna ovan ger

$$\begin{aligned} &e(p_1, p_2, u) = p_1 h_1(p_1, p_2, u) + p_2 h_2(p_1, p_2, u) = p_1 u\sqrt{p_2/p_1} + p_2 u\sqrt{p_1/p_2} \\ &= u\sqrt{p_2(p_1)^2/p_1} + u\sqrt{p_1(p_2)^2/p_2} = 2u\sqrt{p_1 p_2}. \end{aligned}$$