

STOCKHOLMS UNIVERSITET,
MATEMATISKA INSTITUTIONEN,
Avd. Matematisk statistik

Lösningsförslag

Tentamen 2026-06-02:
Nationalekonomi för aktuarier (MT7016)
och
National ekonomi för matematiker (MT3004)

Lösningsförslag 1

(A) En ekonomis resursallokering är Pareto-effektiv om ingen kan få det bättre utan att någon annan får det sämre.

En ekonomisk förändring som gör att vissa individer får det bättre är inte alltid en Paretoförbättring: exempelvis kan en omfördelning av resurser från individ A till en annan individ B vara sådan att individ B får det bättre medan individ A får det sämre.

(B) Framtiden är osäker och kan innebära både positiva och negativa överraskningar. Eftersom osäkerhet och risk ofta upplevs som något oönskat (individer uppvisar riskaversion), finns det en efterfrågan gällande minskning av risk i ekonomin. Ett vanligt sätt att uppnå minskning av risk är genom försäkringskontrakt. Genom ett försäkringskontrakt kan en individ eller ett företag (försäkringstagaren) överföra en del av sin risk till en annan part (försäkringsgivaren), i utbyte mot betalning. Se föreläsningssanteckningar, dag 11.

Lösningsförslag 2

(A) Jämvikt erhålls där $P^s = P^d$, dvs.

$$\frac{Q}{2} = 120 - Q.$$

Lösning av ekvationen och användning av $P^s = \frac{Q}{2}$ ger jämviktskvantiteten och jämviktspriset

$$Q^* = 80, \quad P^* = 40.$$

(B) Vid pristaket $P = 15$ gäller:
Efterfrågad kvantitet:

$$120 - Q = 15 \Rightarrow \underline{Q^d = 105}$$

Producerad kvantitet:

$$\frac{Q}{2} = 15 \Rightarrow \underline{Q^s = 30}$$

Efterfrågeöverskott:

$$Q^d - Q^s = 105 - 30 = \underline{75}$$

(C) Jämviktspriset är $P^* = 40$ och pristaket är lägre $P = 15$. Därför är pristaket bindande och leder till att pris och kvantitet på marknaden förändras.

Konsumentöverskott utan pristak. I detta fall har vi

$$Q^* = 80, \quad P^* = 40,$$

och konsumentöverskottet ges av arean av triangeln mellan linjen P_d och priset $P^* = 40$ när Q går från 0 till $Q^* = 80$, dvs.

$$\frac{1}{2}(120 - 40) \cdot (80 - 0) = 3200,$$

(jmf. föreläsningssanteckningar dag 2).

Konsumentöverskott med pristak. Vid priset $P = 15$ är efterfrågan $Q^d = 105$ men endast $Q^s = 30$ enheter produceras (se svar på frågan ovan). Konsumentöverskottet ges därför av arean av området mellan linjen P_d och priset $P = 15$ när Q går från 0 till $Q^s = 30$, dvs.

$$\frac{1}{2}(120 - 90) \cdot 30 + (90 - 15) \cdot 30 = 2700.$$

(Ledning: värdet 90 ovan kommer ifrån $P^d(Q^s) = 120 - Q^s = 90$).

Förändring i konsumentöverskott:

$$2700 - 3200 = -500.$$

Konsumentöverskottet minskar alltså som en effekt av pristaket.

Lösningssförslag 3

(A) Konsumentens förväntade nytta blir

$$\frac{2}{5}\sqrt{6+30} + \frac{3}{5}\sqrt{6+10} = \frac{2 \cdot 6 + 3 \cdot 4}{5} = \frac{24}{5}.$$

(B) Om konsumenten inte köper lotteriet är hennes nytta

$$u(40) = e^{40}.$$

Om hon köper lotteriet för priset c så motsvarar hennes situation lotteriet

$$\frac{1}{2} \circ (40 - c + 30) \oplus \frac{1}{2} \circ (40 - c + 10),$$

och den förväntade nyttan blir

$$\frac{1}{2}e^{40-c+30} + \frac{1}{2}e^{40-c+10}.$$

För indifferens mellan att köpa och att inte köpa lotteriet ska det gälla att

$$e^{40} = \frac{1}{2}e^{40-c+30} + \frac{1}{2}e^{40-c+10},$$

vilket motsvarar

$$e^{40} = \frac{1}{2}e^{40-c}(e^{30} + e^{10}).$$

Förenkling ger

$$e^c = \frac{1}{2}(e^{30} + e^{10}),$$

vilket ger

$$c = \ln\left(\frac{1}{2}(e^{30} + e^{10})\right),$$

vilket således är det högsta pris konsumenten är villig att betala för lotteriet.

Lösningssförslag 4

(A) Se Varian s. 95.

(B) Den indirekta nyttofunktionen är

$$V(p_1, p_2, m) = \max_{x_1, x_2} \{\ln(x_1) + \ln(x_2) : p_1x_1 + p_2x_2 = m\}.$$

Lagrangian blir:

$$\ln(x_1) + \ln(x_2) - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m).$$

Vi sätter derivatorna för Lagrangian med avseende på x_i lika med noll och får FOC:

$$\frac{1}{x_i} - \lambda p_i = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\lambda} = x_i p_i \quad \Rightarrow \quad x_1 p_1 = x_2 p_2.$$

Vi använder budgetrestriktionen $p_1x_1 + p_2x_2 = m$ och ovanstående och får:

$$x_1 p_1 = m - p_2 x_2 = m - p_1 x_1 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{m}{2p_1}.$$

På samma sätt erhålls:

$$x_2 = \frac{m}{2p_2}.$$

Den Marshallianska efterfrågefunktionen blir därför

$$x(p_1, p_2, m) = \left(\frac{m}{2p_1}, \frac{m}{2p_2}\right).$$

Lösningssförslag 5

(A) Real BNP (standardiserat så att värdet är 100 för år 1) ges av:

$$RBNP_1 = 100 \quad RBNP_2 = BNP_2 \frac{KPI_1}{KPI_2} = 110 \frac{100}{105} = 104,76$$

Den real BNP-tillväxten är alltså

$$\frac{RBNP_2 - RBNP_1}{RBNP_1} = 4,76\%.$$

(B) Inflationen är:

$$\frac{KPI_2 - KPI_1}{KPI_1} = \frac{105 - 100}{100} = 0,05 = 5\%.$$

Lösningsförslag 6

(A) Individen har ingen inkomst i period 1 men får inkomst y i period 2. Om individen konsumerar för beloppet c_1 i period 1 måste detta upplånas.¹ Detta lån återbetalas i period 2 med ränta, vilket innebär att beloppet som återstår för konsumtion i period 2 är

$$c_2 = y - (1 + r)c_1, \quad c_1 \in [0, y/(1 + r)]$$

vilket alltså är budgetrestriktionen. Budgetrestriktionen kan även skrivas som

$$c_1 = \frac{y - c_2}{(1 + r)} \quad c_2 \in [0, y].$$

(B) Punkter som ligger på samma indifferenskurva motsvarar olika kombinationer av konsumtion i period 1, c_1 , och konsumtion i period 2, c_2 , som ger samma totala nytta för individen (per definition av indifferenskurva).

Budgetlinjen visar alla konsumtionskombinationer (dvs. (c_1, c_2) -punkter) som individen har råd med.

Den optimala punkten (c_1^*, c_2^*) återfinns i den punkt där den högsta möjliga indifferenskurvan tangerar budgetlinjen. Jämför med modellen för pensionsparande (föreläsningsanteckningar, dag 11 sida 227).

(C) Givet $r = 0$ blir budgetrestriktionen:

$$c_2 = y - c_1.$$

Problemet motsvarar:

$$U(c_1, c_2) = \sqrt{c_1 c_2}$$

under bivillkoret att budgetrestriktionen ska hålla.

Eftersom funktionen $U(c_1, c_2)$ är strikt växande är problemet ekvivalent med problemet:

$$\max c_1 c_2$$

under bivillkoret att budgetrestriktionen ska hålla. Detta problem är ekvivalent med följande problem (utan bivillkor)

$$\max c_1(y - c_1).$$

För att lösa detta problem deriverar vi funktionen med avseende på c_1 och sätter denna derivata till noll:

$$\frac{d}{dc_1}[c_1(y - c_1)] = y - 2c_1 = 0 \Rightarrow c_1^* = \frac{y}{2}$$

(vilket ger en max-punkt enligt grundläggande teori för maximering av enkla funktioner). Vi använder budgetrestriktionen och erhåller

$$c_2^* = y - c_1^* = \frac{y}{2}.$$

Det optimala konsumtionsvalet är alltså

$$(c_1^*, c_2^*) = \left(\frac{y}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

¹Notera att ett typo återfinns i frågan: i femte punkten ska det stå "för att konsumera under period 1 måste alltså individen låna i period 1".