

## Exempel: Plan och linje

Bestäm skärningspunkten mellan planet  $2x+4y+6z=44$  och linjen  $(x-1, y, z+2)=t(2, 1, -1)$ , samt vilken vinkeln är mellan linjen och planet.

Från linjens ekvation har vi att

$$x=1+2t, \quad y=t \quad \text{och} \quad z=-2-2t.$$

Sätt in detta i planets ekvation:

$$2(1+2t) + 4t + 6(-2-2t) = 44 \quad \Leftrightarrow$$

$$2 + 4t + 4t - 12 - 12t = 44 \quad \Leftrightarrow$$

$$2t = 54 \quad \Leftrightarrow \quad t = 27$$

Med  $t=27$  i uttrycken för  $x, y$  och  $z$  får vi skärningspunkten  $(1+2 \cdot 27, 27, -2-2 \cdot 27) = (55, 27, -29)$ .

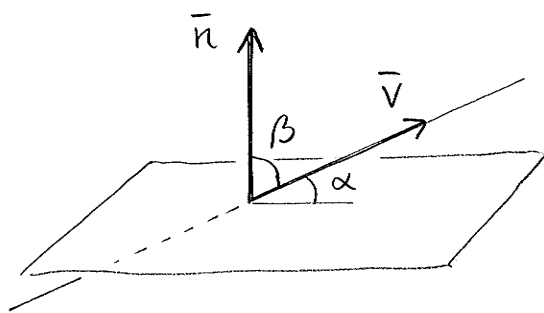
Vinkeln  $\beta$  enligt figuren

bestäms av

$$\vec{n} \cdot \vec{v} = |\vec{n}| |\vec{v}| \cos \beta,$$

där  $\vec{n} = (2, 4, 6)$  och

$$\vec{v} = (2, 1, -1).$$



$$(2, 4, 6) \cdot (2, 1, -1) = \sqrt{4+16+36} \sqrt{4+1+1} \cos \beta \quad \Leftrightarrow$$

$$4 + 4 - 6 = \sqrt{56} \sqrt{6} \cos \beta \quad \Leftrightarrow \quad \cos \beta = \frac{2}{4\sqrt{21}}$$

Eftersom  $\alpha = 90^\circ - \beta$  så är  $\sin \alpha = \frac{1}{2\sqrt{21}}$  och  $\alpha = \arcsin \frac{1}{2\sqrt{21}} \approx 16^\circ$ .