UPPG. 10: Förenkla $f(x) = 2^{-x} + 2^{-2x} + 2^{-3x} + \ldots$ där $x > 0$.

LÖSNING: Funktion ges av en geometrisk serie.

Kvot $k = \frac{2^{-2x}}{2^{-x}} = 2^{-x} = \frac{1}{2^x}$. Första term $a = 2^{-x}$.

Konvergent om $|k| < 1$, dvs $\left|\frac{1}{2^x}\right| < 1$, så $x > 0$.

$$f(x) = a \cdot \frac{1}{1-k} = 2^{-x} \cdot \frac{1}{1-2^{-x}} \cdot \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{2^x - 1}.$$

UPPG. 12: Visa att $a^n + a^{n-1}b + a^{n-2}b^2 + \ldots + ab^{n-1} + b^n = \frac{a^{n+1} - b^{n+1}}{a-b}$ då $a \neq b$.

$\frac{b}{a}$ $\frac{b}{a}$

LÖSNING: VL är en geometrisk summa med första term a^n och kvot $\frac{b}{a}$.

$$VL = a^n \cdot \frac{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^{n+1}}{1 - \left(\frac{b}{a}\right)} = a^{n+1} \cdot \frac{1 - \frac{b^{n+1}}{a^{n+1}}}{a-b} = \frac{a^{n+1} - b^{n+1}}{a-b} = HL$$

V.S.B.

record pause stop jump bookmark 0% jump to position 100% playback speed volume