

Matematik II, Matematisk Analys del B
Bonusuppgifter omgång 1

Lämnas in 16 november

1. Låt f vara en kontinuerlig funktion i intervallet $[-a, a]$. Visa att:

a) Om f är en udda funktion, så är $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$.

b) Om f är en jämn funktion, så är $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$.

Ledning: Betrakta $\int_{-a}^0 f(x) dx$ och gör ett lämpligt variabelbyte.

2. a) Beräkna den generaliserade integralen $\iint_D \frac{(x+y)e^{y-x}}{x^2y^2} dx dy$, där D är området $x \geq y+1 \geq 0$, $xy \geq 1$, eller visa att integralen divergerar.

b) Samma fråga om D är området $x \geq y+1$, $xy \geq 1$.

3. Beräkna den generaliserade integralen $\iint_D \frac{x+y}{y-x} dx dy$, där D är området $x \leq y \leq x+1$, $1 \leq xy \leq 2$, $x \geq 0$, eller visa att integralen divergerar.

4. Beräkna den generaliserade integralen $\iiint_{\mathbf{R}^3} e^{-(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} dx dy dz$.

5. Beräkna $\iiint_D (x^2 + y^2) dx dy dz$, där D är området $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$, $-1 \leq z \leq 2$.