Matematik II, Matematisk Analys del B
Bonusuppgifter omgång 3
Lämnas in 30 november

1. Bestäm en potentialfunktion till vektorfältet
$$\mathbf{F}(x,y) = \left(x + y + \frac{x}{(x^2+y^2)^2},\ x + y + \frac{y}{(x^2+y^2)^2} \right).$$
Beräkna sedan $\int_\gamma \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, där γ är kurvan $y = x^2 - x$ från $(1,0)$ till $(2,2)$.
2. Beräkna $\displaystyle\int_\gamma \frac{1}{x^2}(\ln y - \ln x)\,dx + \left(2x - \frac{1}{xy}\right)dy$, där γ är kurvan $y = x^2 - 3x + 3$ från $(1,1)$ till $(3,3)$.
3. Låt $\mathbf{F}(x,y) = \left(-\frac{y}{(x-1)^2+y^2}, \frac{x-1}{(x-1)^2+y^2} \right) + \left(\frac{y}{(x+1)^2+y^2}, \frac{-x-1}{(x+1)^2+y^2} \right)$. Beräkna $\int_\gamma \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, där γ är cirkeln $x^2 + y^2 = 4$ orienterad moturs. Är integralen oberoende av vägen? Motivera svaret.
4. Beräkna $\int_\gamma \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, där $\mathbf{F}(x,y) = \left(\frac{x-2y}{x^2+y^2}, \frac{2x+y}{x^2+y^2} \right)$ och γ är kurvan $y = x^2$ från $(1,1)$ till $(2,4)$.
5. Beräkna $\int_\gamma \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, där $\mathbf{F}(x,y,z) = (xyz, y^2z, xy^2 + x)$ och $\mathbf{r}(t) = (t, \arctan t, t^3 - t)$, $-1 \le t \le 1$. (Tänk på symmetrier).