MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik
Examinator:

Övningstenta i
Algebra och Kombinatorik
7,5 hp
2015-11-24

Exempel på hur tentan skulle kunna se ut om alla uppgifter var från dag 1-7 i kursen.

1. Låt $\sigma = (135)(28746)$ och låt $\tau = (18)(27)(36)(45)$ vara två permutationer i S_8.
   (a) Beräkna σ^{-1}, τ^{-1}, $\sigma\tau$ samt $\tau^{-1}\sigma^{-1}$. Svara i cykelnotation. (2 p)
   (b) Bestäm tecknet av σ, τ, σ^{-1}, τ^{-1}, $\sigma\tau$ samt $\tau^{-1}\sigma^{-1}$. (1 p)
   (c) Hur många permutationer i S_8 är konjugerade med σ? (2 p)

2. Du tjuvlyssnar på Alice och Bob, som använder RSA med den publika nyckeln $e = 13$ och $n = 253$, och snappar upp det krypterade meddelandet $M = 2$ från Bob.
   (a) Beräkna $\phi(253)$. (1 p)
   (b) Bestäm det dekrypterade meddelandet. Svara på uträknad form. (4 p)

3. Låt P vara en mängd bestående av n primtal. Låt M vara mängden av tal som kan skrivas som en produkt av 4 tal i P, d.v.s.

$$M = \{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 | x_1, x_2, x_3, x_4 \in P\}.$$

   Observera att faktorerna inte behöver vara olika.
   (a) Hur många primtal måste P innehålla för att $|M| \geq 5$? (1 p)
   (b) Bestäm $|M|$ som ett uttryck av n. (4 p)

4. (a) Beräkna antalet surjektioner $f : \mathbb{N}_6 \to \mathbb{N}_4$. (2 p)
   (b) Hur många surjektioner $f : \mathbb{N}_6 \to \mathbb{N}_4$ uppfyller att $x < y$ medför $f(x) > f(y)$ för alla $x, y \in \mathbb{N}_6$? (1 p)
   (c) Hur många surjektioner $f : \mathbb{N}_6 \to \mathbb{N}_4$ uppfyller att $x \leq y$ medför $f(x) \geq f(y)$ för alla $x, y \in \mathbb{N}_6$? (2 p)

5. Låt M vara mängden av funktioner $f : \{a, b, c, d, e\} \to \{0, 1\}$. För $f, g \in M$, definiera $f \sim g$ om och endast om $f(a) = g(a)$.
   (a) Visa att $\sim$ är en ekvivalensrelation på M. (4 p)
   (b) Beräkna storleken av ekvivalensklassen som innehåller funktionen som tar värdet 0 på samtliga element. (1 p)

6. Bestäm antalet ord om sex bokstäver som man kan bilda från bokstäverna

$$\{A, B, C, D, E, F\}$$

   så att delorden AB, EF, och EFA inte förekommer i något ord. Varje bokstav får endast förekomma en gång per ord. T.ex. är $BACEDF$ ett tillåtet ord, men $ABCEDF$ är inte tillåtet eftersom delordet AB förekommer i detta ord. (5 p)